

**Никитина А. А.**

Стажёр, Центр Инновационного Консультирования, Санкт-Петербург

**Никитин В. В.**

Системный аналитик, Центр Инновационного Консультирования, Санкт-Петербург, idad2009@gmail.com

## **ЛОГИКО-АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ ПОДДЕРЖКА ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ**

### *Аннотация*

*Статья посвящена технологии анализа экспертной информации с помощью булевой алгебры и её внедрению в компьютерные системы управления.*

*Ключевые слова: алгебра логики, эксперт, информация, управление.*

### **1. Постановка задачи**

Жизнь есть череда принятий решений. Чем выше цена вопроса, тем ответственнее выбор и тем важнее поддержка.

Общемировой тренд информационно-аналитической поддержки процессов принятия управленческих решений состоит в обработке больших объемов разнородных данных (Big Data). Центральными моментами вычислительных процедур являются выявление ключевых проблем и тенденций предметной области, интеллектуальный анализ данных (Data Mining) и, наконец, построение динамических имитационных моделей, позволяющих проигрывать многокритериальные альтернативы, сценарии и стратегии развития моделируемой системы. Выбор приемлемых вариантов и выработка финальных предложений выполняются при прямом участии экспертов, носителей практического знания, на основе сочетания компьютерного моделирования с различными аналитическими методами.

При этом важно обеспечить прозрачность аналитических методов для

экспертов и ЛПР (лиц, принимающих решения). Человек, в соответствии с законом Г. Миллера, обычно способен различать лишь  $7 \pm 2$  градаций. И если разработчики многокритериальной модели, озабоченные, в первую очередь, прозрачностью для ЭВМ, пытаются получить от эксперта информацию о значительно большем количестве критериев, параметров, коэффициентов, то не исключена неадекватность модели изучаемому явлению.

Необходимо вооружить экспертов простыми и понятными инструментами, позволяющими осуществлять независимое тестирование результатов «навскидку», по ключевым параметрам, на всех этапах интеллектуального анализа и компьютерного моделирования изучаемой проблемы. Попросту говоря, экспертам и, возможно, ЛПР, наряду с профессиональными знаниями и опытом, полезно владеть приёмами, ассиметричными относительно автоматизированных систем подготовки решений. Такие ассиметричные разработки были в ходу в ту пору, когда автоматизированные системы не были ещё столь сложны, как сейчас. Но теперь они незаслуженно забыты.

Данная работа представляет собой частичный ремейк разработки 1980-х годов, посвящённой применению булевой алгебры к обработке результатов опросов учёных и производителей о перспективах координации науки и техники [1, 2]. Разработка выполнялась инициативно как сильная альтернатива методам корпорации RAND.

Ниже изложены основных этапы логико-алгебраической экспертизы, сопровождаемые необходимым минимумом понятий булевой алгебры. Рассмотрен простой пример поиска ответов на актуальные вопросы.

## **2. Структурирование данных и конструирование высказываний**

Положим, стоит вопрос: «Вводить или не вводить войска, санкции, пошлины?». Здесь, по сути, три вопроса: «Вводить или не вводить войска? Вводить или не вводить санкции? Вводить или не вводить пошлины?». Или

другой вопрос-триада: «Подлежит или не подлежит импортозамещению продукция  $X_a$ ?  $X_b$ ?  $X_c$ ?». Или формально: « $A$  или  $\neg A$ ?  $B$  или  $\neg B$ ?  $C$  или  $\neg C$ ?».

Для простоты, речь идёт о трёх независимых объектах, относительно каждого из которых возможно положительное («вводить», «подлежит») или отрицательное («не вводить», «не подлежит») действие. Соответственно, могут быть высказаны шесть простых высказываний — утвердительных  $\{A, B, C\}$  и отрицающих  $\{\neg A, \neg B, \neg C\}$ . Логическим значением каждого высказывания являются "истина" и "ложь", обозначаемые, соответственно, символами 1 и 0.

Сложные высказывания конструируют из простых высказываний с помощью пяти логических операций (в скобках указаны их символы и смыслы): отрицание ( $\neg$ , NOT, «НЕ»), умножение ( $\wedge$ , AND, «И = пересечение»), сложение ( $\vee$ , OR, «неисключающее ИЛИ = смыкание»), следование ( $\Rightarrow$ , «если:, то:») и эквивалентность ( $\Leftrightarrow$ , «тогда и только тогда, когда»).

Заметим, что союз ИЛИ используется в речи в двух значениях: *исключающем и неисключающем*. Выше, при формулировке вопросов, был использован исключающий союз ИЛИ. Напротив, в определении логической операции сложение союз ИЛИ используется только в неисключающем смысле. Поэтому  $A \vee (\neg A) = 1$ , т.е. ИЛИ вводить войска, ИЛИ не вводить войска — это истинная альтернатива. Тогда как приказ «Вводить войска ИЛИ не вводить войска» — абсурден. Почувствуйте разницу ☺.

### **3. Высказывания экспертов как булевы функции**

Ответ каждого эксперта на поставленный вопрос является булевой функцией, сконструированной из выбранных простых высказываний с помощью операции *умножения, или конъюнкции*. Если эксперт даёт

полный ответ, т.е. выбирает по одной альтернативе для каждого из трёх объектов, то это эквивалентно выбору из  $2^3 = 8$  альтернативных полных ответов на поставленный вопрос. Но эксперт может ограничиться и неполным ответом типа  $(A \wedge \neg B)$  или даже просто  $(A)$ , если он не может или не хочет сформулировать суждение об одном или двух других объектах. Неполных ответов может быть  $12+6=18$ . Итого, 26 альтернативных ответов, из которых каждый эксперт выбирает свой единственный ответ.

Пусть пять экспертов на поставленный вопрос-триаду дали следующие полные ответы:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_1 &= \neg A \wedge \neg B \wedge C; & \mathbf{f}_2 &= \neg A \wedge \neg B \wedge \neg C; & \mathbf{f}_3 &= A \wedge \neg B \wedge \neg C; \\ \mathbf{f}_4 &= \neg A \wedge B \wedge C; & \mathbf{f}_5 &= \neg A \wedge B \wedge \neg C; \end{aligned} \quad (1)$$

Ответы довольно миролюбивые: лишь один из них — за ввод войск.

Подсчитаем голоса простейшим, «арифметическим» способом, принятым при опросах: «за» (1 балл), «против» (-1), «воздержался» (0). Получим коллективный ответ  $A : B : C = -3 : -1 : -2$ . Короче, большинство по всем вопросам «против». А если потребуется решение, то выберут, вероятно, вариант **B** (санкции) как наименее «противный».

Поскольку это решение принято демократическим большинством голосов, практически ничего не изменится, даже если представится возможность пополнить состав экспертной группы несколькими оппонентами. А вот логико-алгебраическая экспертиза, как будет показано ниже, более чутка к оппонентам и позволяет более внимательно учесть их мнения.

#### **4. Высказывание экспертной группы как булево уравнение**

Логическое высказывание экспертной группы  $\mathbf{F}_{1N}$  состоит из составленных  $N$  экспертами булевых функций  $\mathbf{f}_n$ , объединенных с помощью

операции *сложения, или дизъюнкции,*

$$\mathbf{F}_{1N} \equiv \mathbf{f}_1 \vee \mathbf{f}_2 \vee \dots \vee \mathbf{f}_N \equiv \sum_{n=1}^N \mathbf{f}_n \quad (2)$$

Составим булево уравнение  $\mathbf{F}_{1N} = 1$ . По определению, результат логического сложения является ложным результатом только в том случае, когда ложны все слагаемые; в остальных случаях результатом логического сложения является истина. Поэтому предположение об истинности общего высказывания экспертной группы представляется довольно естественным. Ведь должен же, по крайней мере, хотя бы один эксперт высказать истину, даже если все остальные эксперты ошибаются. В противном случае, когда булево уравнение не выполняется, экспертная группа недееспособна и её надлежит расформировать. К счастью, в рассматриваемом примере нет такого «прокола», как свидетельствуют разделы  $\mathbf{F}_{15}$  в таблицах 1 и 2.

Как правило, булево уравнение не даёт единственного решения. В поисках определённости приходится прибегать к различным усложнениям экспертной процедуры. Ограничимся рассмотрением наиболее очевидного способа. Именно, попытаемся скорректировать экспертное заключение, несколько изменив состав экспертной группы, сократив либо расширив её.

Известны небезупречные, но нередко применяемые методы чистки — от радикального устранения оппозиции до либерального замалчивания крайних суждения, подозревая лоббирование тех или иных интересов. Следуя этим методам, антивоенное большинство экспертной группы (1), скорее всего, исключит и/или лишит голоса третьего эксперта-одиночку.

Более справедливым представляется привлечение дополнительных экспертов. Зачастую это происходит само собой, — особенно, при голосовании в интернет-сообществах. Здесь появляется тьма интересных и непривычных случаев. Рассмотрим два из них применительно к

рассматриваемому примеру.

Пусть новый эксперт добавляет к коллективному высказыванию пяти экспертов  $F_{15}$  простое отрицание  $\neg A$ . Казалось бы, тем самым он усилит позиции большинства, которое считает так же  $\neg A = 1$ . Но оказывается, что ничего не изменилось! В этом можно убедиться, сравнив между собой разделы  $F_{15}$  и  $(F_{15} \vee \neg A)$  в прилагаемых таблицах.

Наоборот, пусть новый эксперт добавляет к  $F_{15}$  простое утверждение  $A$ . В результате, сторонники такого утверждения как были, так и остались в меньшинстве, — был один, стало двое против четырёх. С «арифметической» точки зрения, изменилось самая малость. Но *алгебра логики считает не «по головам», а по логике вещей*. Поэтому эта, на первый взгляд, незначительная добавка приводит к нивелированию всех альтернатив, к кардинальной перестройке  $F_{15} \rightarrow (F_{15} \vee \neg A)$ , отмеченной в таблице истинности горизонтальной закрашкой.

Таким образом, обнаруживается избирательность логико-алгебраической обработки экспертных оценок по отношению к самим оценкам. *Неординарные высказывания автоматически (!) становятся более весомыми, нежели массовые, заурядные высказывания.*

## 5. Разбиение экспертной группы

Конкуренция между экспертами может привести к разделению экспертной группы на фракции и к привлечению единомышленников.

Пусть экспертная группа разделилась на две подгруппы: трое ( $F_{13}$ ) надвое ( $F_{45}$ ). Как видно из таблиц, они единодушны только в отрицаниях, но в каждом случае, когда одна подгруппа говорит «да», другая подгруппа отвечает «нет». Чтобы сдвинуться с мёртвой точки, надо каким-то образом

подравнять подгруппы. Например, по численному составу. Вторая подгруппа ( $F_{45}$ ) меньше первой ( $F_{13}$ ), поэтому имеет (по крайней мере, моральное) право принять к себе ещё одного эксперта.

Наступит или нет в результате этого консенсус? Это будет зависеть от того, какое из 26 возможных высказываний привнесёт новый эксперт. Рассмотрение всех вариантов оставляем заинтересованным читателям. Здесь же ограничимся самым первым вариантом:  $F_{45} \rightarrow (F_{45} \vee A)$ . Сравнивая строки ( $F_{13}$ ) и ( $F_{45} \vee A$ ) в таблице 1, найдём те ячейки, в которых совпадают символы «истина». Оказалось, что эти ячейки лежат на том же столбце, что и высказывание третьего эксперта. Таким образом, новый эксперт, поддержав эксперта-одиночку, вывел его в лидеры, несмотря на то, что численный перевес по-прежнему остался не на его стороне. Вот что значит вовремя оказанная поддержка!

*«Сказка — ложь, да в ней намек, добрым молодцам урок» ☺*

### **Заключение**

∴ Предложено использовать не только вероятностно-статистические, но и логико-алгебраические методы обработки экспертной информации.

Отметим две особенности экспертизы, основанной на применении алгебры логики. Во-первых, одна и та же информация может привести к разным выводам в зависимости от той или иной стратегии, принятой организатором экспертизы. Тем самым, реализуется принцип поливариантности прогноза. Во-вторых, появляется возможность оценить вероятность реализации вариантов, исходя из частных решений булевых уравнений. В результате, экспертные оценки приобретают количественную меру без принудительного назначения весовых коэффициентов.

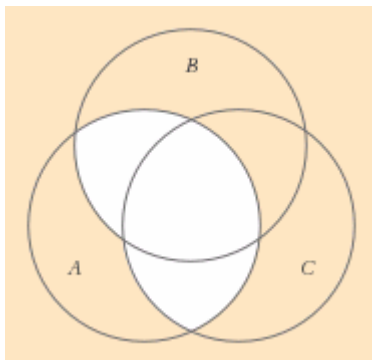
В полной мере эти достоинства будут реализованы, коль скоро



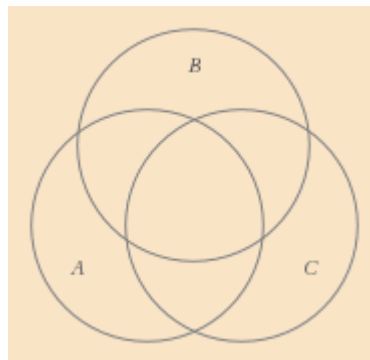


$F_{15} \vee \neg A$	0	0	0	1	1	1	1	1
$F_{13}$	0	0	0	1	0	0	1	1
$F_{45}$	0	0	0	0	1	1	0	0
$F_{45} \vee A$	1	1	1	1	1	1	0	0

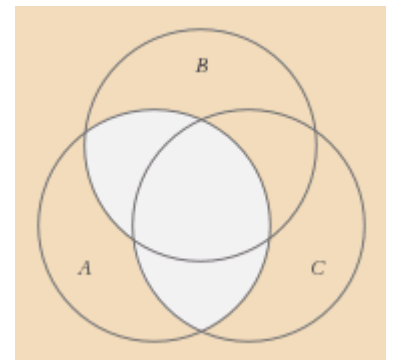
Таблица 2. Диаграммы Эйлера-Венна



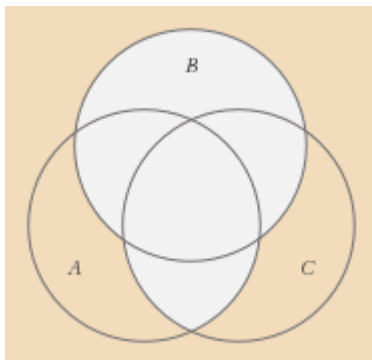
$F_{15}$



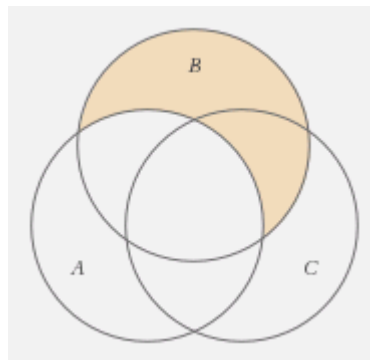
$F_{15} \vee A$



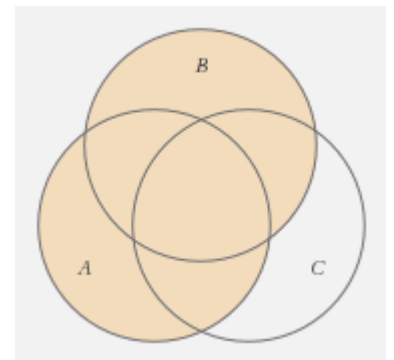
$F_{15} \vee \neg A$



$F_{13}$



$F_{45}$



$F_{45} \vee A$